PART3　仮説検定

3　ある食品工場で製造されている袋入り小麦粉の重量の表示重量は 500g であり，これを母平均とする。この工場で製造工程を変更した際に，重量の母平均が変化したかを調査することとした。変更後に製造された袋入り小麦粉から無作為に 16 袋を抽出したところ，重量の標本平均が 505g，標本標準偏差が 10g であった。母集団分布が正規分布に従うとき，変更後の重量の母平均は変化したと判断してよいか。有意水準 5% で検定せよ。

Point Pickup

仮説検定の主な流れは以下

① 主張したい仮説 H_1 (対立仮説)に反する仮説 H_0 (帰無仮説)を立てる。

② 有意水準に従い，H_0 のもとで棄却域を求める。

③ 標本調査の結果から得られた確率変数の値が棄却域に入るか入らないかを判断する。

・棄却域に入る場合は，H_0 を棄却し，H_1 を採択する。

・棄却域に入らない場合は，H_0 を棄却できない。

第 6 講　PART3　確認問題

1　全国の高校生を対象に行った模擬試験において，数学の平均は 62 点であった。A 市でこの模擬試験を受験した高校生から無作為に抽出した 144 人の数学の平均は 66 点，標準偏差は 30 点であった。A 市で模擬試験を受験した高校生の母平均は全国の平均より高いと判断してよいか。有意水準 5%で検定せよ。
選択肢は最も適切なものを選べ。必要に応じて次ページの < 正規分布表 > を用いてよい。

A 市で模擬試験を受験した高校生の母平均を m とする。

　　対立仮説 H_1 は $\boxed{\text{ア}}$

　　帰無仮説 H_0 は $\boxed{\text{イ}}$

H_0 が正しいとするとき，標本の大きさ 144 は十分大きいから，標本平均 $\overline{X}$ は近似的に $N\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{\overline{X}-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ とおくと，Z は近似的に $N(0,\ 1)$ に従う。

棄却域は $\boxed{\text{オ}}$

$\overline{X}=\boxed{\text{カ}}$ のとき　$Z=\boxed{\text{キ}}$

よって，Z の値は棄却域に $\boxed{\text{ク}}$。

よって，母平均 m は，$\boxed{\text{ケ}}$。

[$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ の選択肢]

①　$m=62$　　②　$m\neq 62$

③　$m<62$　　④　$m>62$

[ウ , エ , カ , キ の選択肢]

① 0.2　② 1.6　③ 2.5　④ 12
⑤ 30　⑥ 62　⑦ 66　⑧ 144

[オ の選択肢]

① $Z \geqq 1.64$　② $Z \geqq 1.96$　③ $Z \leqq 1.64$
④ $Z \leqq 1.96$　⑤ $Z \leqq -1.64,\ 1.64 \leqq Z$
⑥ $Z \leqq -1.96,\ 1.96 \leqq Z$

[ク の選択肢]

① 入るから，H_0 を棄却できる
② 入るから，H_0 は棄却できない
③ 入らないから，H_0 を棄却できる
④ 入らないから，H_0 は棄却できない

[ケ の選択肢]

① 全国の平均より高いと判断できる
② 全国の平均より高いとは判断できない

< 正規分布表 >

u	.02	.03	.04	.05	.06	.07
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.9	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.6	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.9	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

[MEMO]

PART3　仮説検定

3　ある食品工場で製造されている袋入り小麦粉の重量の表示重量は 500 g であり，これを母平均とする。この工場で製造工程を変更した際に，重量の母平均が変化したかを調査することとした。変更後に製造された袋入り小麦粉から無作為に 16 袋を抽出したところ，重量の標本平均が 505 g，標本標準偏差が 10 g であった。母集団分布が正規分布に従うとき，変更後の重量の母平均は変化したと判断してよいか。有意水準 5% で検定せよ。

対立仮説 H_1 は「重量の母平均は変化した」

帰無仮説 H_0 は「重量の母平均は変化しない」

H_0 が正しいとするとき，母集団分布が正規分布に従うので，標本の大きさに関係なく，標本平均 $\overline{X}$ の分布も近似的に正規分布 $N\left(500,\ \dfrac{10^2}{16}\right)$，すなわち $N(500,\ 2.5^2)$ に従う。

$Z=\dfrac{\overline{X}-500}{2.5}$ とおくと，Z は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96) \fallingdotseq 0.95$ であるから，有意水準 5% の棄却域は

$$Z \leqq -1.96,\ 1.96 \leqq Z$$

$\overline{X}=505$ のとき，$Z=\dfrac{505-500}{2.5}=2$ であり，この値は棄却域に入るから，H_0 は棄却できる。

よって，重量の母平均は変化したと判断してよい。

第6講　PART3　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：④，イ：①，ウ：⑥，エ：③，オ：①，
カ：⑦，キ：②，ク：④，ケ：②

[解説]

A市で模擬試験を受験した高校生の母平均を m とする。

対立仮説 H_1 は

「母平均 m は全国平均の62点より高い」

すなわち「$\boldsymbol{m>62}$」

帰無仮説 H_0 は

「母平均 m は全国平均の62点と同じ」

すなわち「$\boldsymbol{m=62}$」[A]

H_0 が正しいとするとき，標本の大きさは十分大きいから，標本平均 $\overline{X}$ は近似的に正規分布 $N\left(62,\ \dfrac{30^2}{144}\right)$，すなわち $\boldsymbol{N(62,\ 2.5^2)}$ に従う。

$Z=\dfrac{\overline{X}-62}{2.5}$ とおくと，Z は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

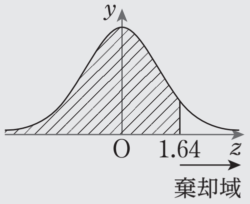
正規分布表より

$P(Z\leqq 1.64)=0.5+0.4495\fallingdotseq 0.95$ [B]

であるから，有意水準5%の棄却域は　$\boldsymbol{Z\geqq 1.64}$

$\overline{X}=\boldsymbol{66}$ のとき，$Z=\dfrac{66-62}{2.5}=\boldsymbol{1.6}$ であり，この値は棄却域に**入らないから，H_0 は棄却できない。**

よって，A市で模擬試験を受験した高校生の母平均 m は，**全国の平均より高いとは判断できない。**

[A]　仮説検定
仮説検定の主な流れは以下の通り。
① 主張したい仮説 H_1（対立仮説）に反する仮説 H_0（帰無仮説）を立てる。
② 有意水準に従い，H_0 のもとで棄却域を求める。
③ 標本調査の結果から得られた確率変数の値が棄却域に入るか入らないかを判断する。
・棄却域に入る場合は，H_0 を棄却し，H_1 を採択する。
・棄却域に入らない場合は，H_0 を棄却できない。

[B]